

交互式多区域模型

曲彦文^{1,2}, 张二华², 杨静宇²

(1. 江西师范大学计算机信息工程学院, 江西南昌 330000; 2. 南京理工大学计算机科学与技术学院, 江苏南京 210094)

摘要: 一种被称为交互式多区域模型(IMRM)的非线性滤波算法被提出,用于对状态和连续系统参数进行联合估计. IMRM将连续的系统参数空间视为由若干子区域所构成的集合,并将每个子区域分别分配给一个子模型. IMRM使用一组子滤波器并行滤波. 在每一时刻,IMRM利用交互操作计算各子模型的混合初始化环境,之后各子滤波器在假设系统参数跳变到特定子区域的前提下,对状态和系统参数进行估计. 为了有效地应用IMRM,提出了一种基于无迹变换的交互式多区域模型(UT-IMRM)算法. UT-IMRM对每个子模型使用无迹卡尔曼滤波器(UKF)进行滤波. 在目标跟踪实验中对UT-IMRM性能进行测试. 实验结果显示当系统参数不属于IMM模型集合时,UT-IMRM能够比IMM获得更好的估计性能.

关键词: 交互式多模型; 参数估计; 无迹卡尔曼滤波器

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012) 06-1235-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.06.028

Interacting Multiple Region Model

QU Yan-wen^{1,2}, ZHANG Er-hua², YANG Jing-yu²

(1. School of Computer Information and Engineer, Jiangxi Normal University, Nanchang, Jiangxi 330000, China;

2. School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China)

Abstract: A nonlinear filtering method called Interacting Multiple Region Model (IMRM) is proposed to estimate the state and continuous system parameter together. IMRM regards the continuous system parameter space as a set of disjoint sub-regions, and each sub-region is assigned to a sub-model respectively. IMRM runs a bank of sub-filters in parallel. At each time step, IMRM computes the mixed initial condition for each sub-model by interaction operation, and each sub-filter estimates the state and system parameter on the condition that the system parameter belongs to a unique sub-region. In order to implement the IMRM efficiently, Unscented Transformation based IMRM (UT-IMRM) is developed by using the unscented kalman filter as the sub-filter. A target tracking experiment is designed to test the performance of UT-IMRM. Experimental results show that UT-IMRM achieves better estimation performance than that of IMM when the system parameter doesn't belong to the IMM model set.

Key words: interacting multiple model; parameter estimation; unscented Kalman filter

1 引言

系统参数(System Parameter)未知情况下的滤波问题一直以来均受到研究者的重视,当动态系统的状态空间模型为非线性时,主要存在如下三类贝叶斯滤波算法:第一类是基于Extended Kalman Filter(EKF)与Sigma Point Kalman Filter(SPKF)的算法^[1];第二类是基于Particle Filter^[2](PF)的算法^[3~8];第三类是基于交互式多模型^[9](Interacting Multiple Model, IMM)的算法^[9~12]. IMM假设系统参数的行为规律为模型集合 Ω_{IMM} 上的一阶马尔可夫过程. 基于IMM的算法的性能与 Ω_{IMM} 有关,当系统参数空间是连续空间时,可能出现 Ω_{IMM} 中的元素均与真

实系统参数差距较大的情况,此时性能将下降.

当系统参数空间为连续空间时,本文在IMM的基础上,提出了交互式多区域模型(Interacting Multiple Region Model, IMRM)用于解决系统参数行为规律未知时的非线性滤波问题,IMRM可以较IMM更好地应对真实系统参数不属于IMM模型集合时的情况.

2 状态空间模型

考虑如下受系统参数影响的状态空间模型:

$$\mathbf{x}_t = f(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t, \boldsymbol{\theta}_t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_t, \boldsymbol{\theta}_t) \quad (2)$$

其中,下标 t 为时间标识, $f(\cdot)$ 或 $h(\cdot)$ 为关于状态的非

线性函数. $\mathbf{x}_t \in R^{n_x}$ 表示状态. $\boldsymbol{\theta}_t \in \Omega_\theta \subseteq R^{n_\theta}$ 表示系统参数, Ω_θ 为系统参数空间, R 为实数空间, 在本文中系统参数是未知的. 记 $\boldsymbol{\eta}_t = [\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}_t]$ 表示状态与系统参数所组成的联合状态. 初始状态的概率分布记为 $p(d\mathbf{x}_0)$, 状态转移概率分布记为 $K(d\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \boldsymbol{\theta}_t)$. \mathbf{y}_t 表示观测, 其条件概率分布记为 $p(d\mathbf{y}_t | \boldsymbol{\eta}_t)$, 假设 $p(d\mathbf{y}_t | \boldsymbol{\eta}_t)$ 对应的概率密度存在, 记为 $p(\mathbf{y}_t | \boldsymbol{\eta}_t)$. 称 \mathbf{v}_t 为过程噪声, \mathbf{w}_t 为观测噪声, 假设过程噪声与观测噪声相互独立.

3 IMRM 设计思想与理论模型

3.1 IMRM 设计思想

记 $s_{(i)}, i = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$ 为系统参数空间 Ω_θ 中个互不相交的子区域, 称集合 $\Omega_{\text{IMRM}} = \{s_{(i)}\}_{i=1}^{N_{\text{IMRM}}}$ 为 IMRM 模型集合, Ω_θ 中的每个元素属于且仅属于 Ω_{IMRM} 中的一个子区域. $\boldsymbol{\theta}_t$ 属于的子区域记为 s_t , 记 $s_t^{(i)}$ 表示事件 $s_t = s_{(i)}$.

IMRM 由 N_{IMRM} 个子模型构成. 第 i 个子模型在假设 $\boldsymbol{\theta}_t$ 属于区域 $s_{(i)}$ 的情况下, 对联合状态条件后验概率分布 $p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t})$ 、子模型后验概率 $p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t})$ 进行递归计算. 根据各子模型的计算结果便可以获得联合状态后验概率分布 $p(d\boldsymbol{\eta}_t | \mathbf{y}_{1:t})$:

$$p(d\boldsymbol{\eta}_t | \mathbf{y}_{1:t}) = \sum_{i=1}^{N_{\text{IMRM}}} p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t}) p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t}) \quad (3)$$

3.2 IMRM 理论模型

假设已知 $t-1$ 时刻的 $p(d\boldsymbol{\eta}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1})$ 和 $p(s_{t-1}^{(j)} | \mathbf{y}_{1:t-1}), j = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$. 同时假设已知 t 时刻的 $p(s_t^{(i)} | s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1})$ 和 $p(d\boldsymbol{\theta}_t | s_t^{(i)}, s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}), i, j = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$, 这两个分布用来描述系统参数行为规律.

以第 i 个子模型为例, 称 $\boldsymbol{\psi}_t = [\mathbf{x}_{t-1}, \boldsymbol{\theta}_t]$ 为混合初始化状态, IMRM 首先根据式(4)计算子模型先验概率 $p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t-1})$, 并根据式(5)计算混合初始化状态概率分布 $p(d\boldsymbol{\psi}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1})$.

$$p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t-1}) = \sum_{j=1}^{N_{\text{IMRM}}} p(s_t^{(i)} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) p(s_{t-1}^{(j)} | \mathbf{y}_{1:t-1}) \quad (4)$$

$$p(d\boldsymbol{\psi}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{IMRM}}} \left[p(d\mathbf{x}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) p(s_{t-1}^{(j)} | \mathbf{y}_{1:t-1}) \cdot \int_{\boldsymbol{\theta}_{t-1} \in s_{(j)}} \left\{ \begin{aligned} & p(d\boldsymbol{\theta}_t | s_t^{(i)}, s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \\ & \cdot p(s_t^{(i)} | s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \\ & \cdot p(d\boldsymbol{\theta}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \end{aligned} \right\} \right]}{p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t-1})} \quad (5)$$

其中:

$$p(d\mathbf{x}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int_{\boldsymbol{\theta}_{t-1} \in s_{(j)}} p(d\boldsymbol{\eta}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \quad (6)$$

$$p(d\boldsymbol{\theta}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = \frac{p(d\boldsymbol{\eta}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1})}{p(d\mathbf{x}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1})} \quad (7)$$

$$p(s_t^{(i)} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int_{\boldsymbol{\eta}_{t-1} \in R^{n_x \times n_\theta}} \left[p(s_t^{(i)} | s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \cdot p(d\boldsymbol{\eta}_{t-1} | s_{t-1}^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \right] \quad (8)$$

随后根据式(9)计算 $\boldsymbol{\eta}_t$ 相对于 $s_t^{(i)}$ 和 $\mathbf{y}_{1:t-1}$ 的分布:

$$p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int_{\mathbf{x}_{t-1} \in R^{n_x}} \left[K(d\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \boldsymbol{\theta}_t) \cdot p(d\boldsymbol{\psi}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \right] \quad (9)$$

在获得观测 \mathbf{y}_t 后, 由式(10)和式(11)分别计算第 i 个子模型联合状态条件后验概率分布与预测似然:

$$p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{y}_t | \boldsymbol{\eta}_t) p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1})}{p(\mathbf{y}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1})} \quad (10)$$

$$p(\mathbf{y}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int_{\boldsymbol{\eta}_t \in R^{n_x \times n_\theta}} \left[p(\mathbf{y}_t | \boldsymbol{\eta}_t) \cdot p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \right] \quad (11)$$

最后根据式(12)计算第 i 个子模型后验概率:

$$p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{y}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t-1})}{\sum_{j=1}^{N_{\text{IMRM}}} p(\mathbf{y}_t | s_t^{(j)}, \mathbf{y}_{1:t-1}) p(s_t^{(j)} | \mathbf{y}_{1:t-1})} \quad (12)$$

不难发现, IMRM 与 IMM 采用类似的算法框架. 与 IMM 不同在于, IMM 中每个子模型中系统参数为固定的点, 而 IMRM 中每个子模型中系统参数是在一定子区域内待估计的量.

4 UT-IMRM 算法介绍

第 3 节的理论模型中多次出现积分项, 实际操作时可能无法获得解析表达式, 为此提出一种基于无迹变换的 IMRM 具体实现算法, 即 UT-IMRM, 其通过用高斯分布来近似理论模型中的概率分布, 以达到简化计算的目的.

4.1 系统参数行为规律假设

UT-IMRM 对系统参数行为规律进行如下假设:

(1) $\{s_t, t = 1, 2, \dots\}$ 为一阶离散马尔可夫过程, 其转移概率矩阵记为 $\boldsymbol{\pi}_{\text{IMRM}}, \boldsymbol{\pi}_{\text{IMRM}}$ 中第 i 行第 j 类元素记为 $\pi(s_{(i)} | s_{(j)})$.

(2) 当 $s_t = s_{t-1}$ 时, $\boldsymbol{\theta}_t$ 以概率 $c(s_t)$ 保持静止, $c(s_t)$

称为区域内条件静止概率.

(3) 当 $s_t = s_{t-1}$ 时, θ_t 以概率 $1 - c(s_t)$ 根据分布 $q(d\theta_t | s_t)$ 跳变到 s_t 中任意一点 (包括 $\theta_t = \theta_{t-1}$ 的情况).

(4) 当 $s_t \neq s_{t-1}$ 时, θ_t 根据分布 $q(d\theta_t | s_t)$ 跳变到 s_t 中任意一点.

(5) $q(d\theta_t | s_t)$ 为 s_t 上的均匀分布.

根据上述假设, 可知:

$$p(s_t^{(i)} | s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) = I_{s_{(j)}}(\boldsymbol{\theta}_{t-1}) \pi(s_{(i)} | s_{(j)}) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} p(d\boldsymbol{\theta}_t | s_t^{(i)}, s_{t-1}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1}) \\ = I_{s_{(j)}}(\boldsymbol{\theta}_{t-1}) \left[\begin{aligned} &\delta_{s_{(i)}}(ds_{(j)}) c(s_{(i)}) \delta_{\boldsymbol{\theta}_{t-1}}(d\boldsymbol{\theta}_t) \\ &+ (1 - \delta_{s_{(i)}}(ds_{(j)}) c(s_{(i)})) q(d\boldsymbol{\theta}_t | s_{(i)}) \end{aligned} \right] \quad (14) \end{aligned}$$

其中 $I(\cdot)$ 为指示函数, $\delta(\cdot)$ 为 Dirac - Delta 函数.

4.2 模型集合设计

根据 4.1 节中第 5 条假设, 一种模型集合设计思路是希望每个子区域在均匀分布下的方差尽量小. 为此可以利用 Monte Carlo 技术从 Ω_θ 上根据均匀分布采样出若干个样本点, 并借鉴 K 均值聚类^[14] 算法来对这些样本点进行聚类. 每一个类别被认为是一个子区域上的样本点集合, 可以通过计算样本点集合上的统计量来逼近对应子区域在均匀分布下的均值 $\mathbf{m}_s^{(i)}$ 和方差 $\mathbf{P}_s^{(i)}$.

4.3 UT-IMRM 算法介绍

本节具体介绍 UT-IMRM 是如何递归计算 t 时刻第 $i, i = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$ 个子模型的联合状态条件后验概率分布 $p(d\boldsymbol{\eta}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t})$ 的高斯近似表示 $N(d\boldsymbol{\eta}_t; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)})$, 以及子模型后验概率 $p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t})$.

首先假设已知 $t-1$ 时刻各子模型的 $N(d\boldsymbol{\eta}_{t-1}; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(i)})$ 和 $p(s_{t-1}^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t-1}), i = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$. 在 t 时刻滤波前, UT-IMRM 将第 i 个子模型的混合初始化状态概率分布 $p(d\boldsymbol{\psi}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1})$ 用高斯分布 $N(d\boldsymbol{\psi}_t; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)})$ 近似, $\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}$ 分别表示均值与方差. 根据式(5)、(13)和式(14), $\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}$ 可由下式计算得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)} &= \mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(i)} c(s_{(i)}) q(s_{t-1}^{(i)} | s_t^{(i)}) \\ &+ \sum_{j \neq i} \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,j)} q(s_{t-1}^{(j)} | s_t^{(i)}) \\ &+ \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,i)} (1 - c(s_{(i)})) q(s_{t-1}^{(i)} | s_t^{(i)}) \quad (15) \\ \mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)} &= \mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(i)} c(s_{(i)}) q(s_{t-1}^{(i)} | s_t^{(i)}) \\ &+ \mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,i)} (1 - c(s_{(i)})) q(s_{t-1}^{(i)} | s_t^{(i)}) \\ &+ (\mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(i)} - \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}) (\mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(i)} - \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)})^T \\ &\cdot c(s_{(i)}) q(s_{t-1}^{(i)} | s_t^{(i)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left[(\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,i)} - \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}) (\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,i)} - \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)})^T \right] \\ &+ \left[(1 - c(s_{(i)})) q(s_{t-1}^{(i)} | s_t^{(i)}) \right] \\ &+ \sum_{j \neq i} (\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,j)} - \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}) (\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,j)} - \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)})^T \\ &\cdot q(s_{t-1}^{(j)} | s_t^{(i)}) + \sum_{j \neq i} \mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,j)} q(s_{t-1}^{(j)} | s_t^{(i)}) \quad (16) \end{aligned}$$

其中:

$$q(s_{t-1}^{(j)} | s_t^{(i)}) = \frac{\pi(s_{(i)} | s_{(j)}) p(s_{t-1}^{(j)} | \mathbf{y}_{1:t-1})}{\sum_{k=1}^{N_{\text{IMRM}}} \pi(s_{(i)} | s_{(k)}) p(s_{t-1}^{(k)} | \mathbf{y}_{1:t-1})} \quad (17)$$

$$\mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,j)} = [\mathbf{m}_{\mathbf{x},t-1}^{(j)}, \mathbf{m}_s^{(i)}] \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t-1}^{*(i,j)} = \text{diag}[\mathbf{P}_{\mathbf{x},t-1}^{(j)}; \mathbf{P}_s^{(i)}] \quad (19)$$

$\mathbf{m}_{\mathbf{x},t-1}^{(j)}$ 是 $\mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(j)}$ 中的状态分量, $\mathbf{P}_{\mathbf{x},t-1}^{(j)}$ 是 $\mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t-1}^{(j)}$ 中状态分量的协方差.

在 Gaussian 化各子模型的混合初始化状态概率分布后, UT-IMRM 使用无迹卡尔曼滤波器^[13] (Unscented Kalman Filter) 对各子模型进行滤波, 从而获得 t 时刻各子模型的联合状态条件后验概率分布的高斯近似表示以及子模型后验概率. 下面是 UT-IMRM 算法步骤.

UT-IMRM 算法:

步骤 1 子模型初始化 ($i = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$)

根据式(4)和式(13), 第 i 个子模型的先验概率为:

$$p(s_t^{(i)} | \mathbf{y}_{1:t-1}) = \sum_{j=1}^{N_{\text{IMRM}}} \pi(s_{(i)} | s_{(j)}) p(s_{t-1}^{(j)} | \mathbf{y}_{1:t-1}) \quad (20)$$

根据式(15)和式(16)计算得到高斯型混合初始化状态概率分布 $N(d\boldsymbol{\psi}_t; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)})$.

步骤 2 子模型滤波 ($i = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$)

(a) UKF 滤波:

将分布 $N(d\boldsymbol{\psi}_t; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\psi},t}^{(i)})$ 作为输入量代入 UKF 中进行滤波, 可以得到 $N(d\boldsymbol{\eta}_t; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)})$ 、预测似然 $p(\mathbf{y}_t | s_t^{(i)}, \mathbf{y}_{1:t-1})$ 以及卡尔曼增益 $\mathbf{K}_t^{(i)}$, 关于 UKF 滤波器的使用方法可参考文献[13], 需要注意, 此时对应的状态空间模型为:

$$\boldsymbol{\eta}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \boldsymbol{\theta}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t, \boldsymbol{\theta}_t) \\ \boldsymbol{\theta}_t \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_t, \boldsymbol{\theta}_t) \quad (22)$$

(b) 分布调整:

根据式(23)的判别结果对 $N(d\boldsymbol{\eta}_t; \mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)}; \mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)})$ 进行调整, 如果式(23)不成立, 则 $\mathbf{K}_t^{(i)}$ 从第 $n_x + 1$ 行到 $n_x + n_\theta$ 行元素全部置 0, 并代入 UKF 中观测更新 (measurement update)^[13] 子步骤中重新计算 $\mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)}$.

$$(\mathbf{m}_{\boldsymbol{\theta},t}^{(i)} - \mathbf{m}_s^{(i)})^T \mathbf{P}_s^{(i)} (\mathbf{m}_{\boldsymbol{\theta},t}^{(i)} - \mathbf{m}_s^{(i)}) \leq \text{Th} \quad (23)$$

其中 $\mathbf{m}_{\boldsymbol{\theta},t}^{(i)}$ 是 $\mathbf{m}_{\boldsymbol{\eta},t}^{(i)}$ 中的参数分量, Th 为阈值.

(c) 条件估计:

记第 i 个子模型联合状态条件估计值为 $m_{\eta,t}^{(i)}$.

步骤 3 模型概率更新 ($i = 1, \dots, N_{\text{IMRM}}$)

根据式(12)计算子模型后验概率 $p(s_t^{(i)} | y_{1:t})$.

步骤 4 联合状态估计:

$$e_{\text{UT-IMRM}}(\boldsymbol{\eta}_t) = \sum_{i=1}^{N_{\text{IMRM}}} m_{\eta,t}^{(i)} p(s_t^{(i)} | y_{1:t}) \quad (24)$$

5 仿真实验

在目标跟踪仿真实验中比较 UT-IMRM、IMM、UKF 和 SIR 四种滤波算法的性能,使用设备处理器为 Intel Pentium Dual CPU E2160 1.8GHz,内存为 1GB 800MHz,仿真软件 Matlab(R2006a).系统状态空间模型如下所示,式(25)为固定转向模型^[15](Constant Turn, CT).

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin\theta_t}{\theta_t} & 0 & \frac{\cos\theta_t - 1}{\theta_t} \\ 0 & \cos\theta_t & 0 & -\sin\theta_t \\ 0 & \frac{1 - \cos\theta_t}{\theta_t} & 1 & \frac{\sin\theta_t}{\theta_t} \\ 0 & \sin\theta_t & 0 & \cos\theta_t \end{bmatrix} \mathbf{x}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v}_t \quad (25)$$

$$\mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} \arctan[(y_t^c)/(x_t^c)] \\ \sqrt{(x_t^c)^2 + (y_t^c)^2} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_t \quad (26)$$

其中 $\mathbf{x}_t = [x_t^c, x_t^v, y_t^c, y_t^v]$, x_t^c 与 x_t^v 分别是 X 轴上的位置与速度, y_t^c 与 y_t^v 分别是 Y 轴上的位置与速度. θ_t 表示转角, 1 至 5s 转角为 0 (rad/s), 6 至 15s 转角为 $\pi/18$ (rad/s), 16 至 30s 转角为 $\pi/9$ (rad/s), 31 至 40s 转角为 $-2\pi/9$ (rad/s).

IMM 和 UT-IMRM 均采用 4 个子模型进行滤波, UT-IMRM 模型集可根据 4.2 节计算得到. IMM 的模型集合为 $\Omega_{\text{IMM}} = \{-33.75 \times \pi/180, -11.25 \times \pi/180, 11.25 \times \pi/180, 33.75 \times \pi/180\}$. IMM 中各子滤波器使用 UKF 进行滤波. SIR 中粒子数目为 500.

四种滤波算法各进行 100 次独立实验. UT-IMRM、IMM、UKF 和 SIR 每次独立实验平均耗时分别为 0.35 (s)、0.31 (s)、0.08 (s) 和 3.04 (s), 可以看出 UT-IMRM 和 IMM 的时间开销接近.

图 1 和图 3 分别显示了四种滤波算法在各时刻下的位置估计均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)、

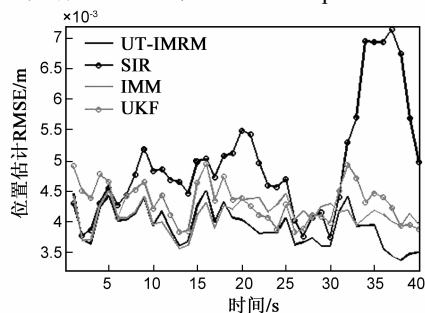


图1 各时刻的位置估计RMSE

速度估计 RMSE 以及参数估计 RMSE.

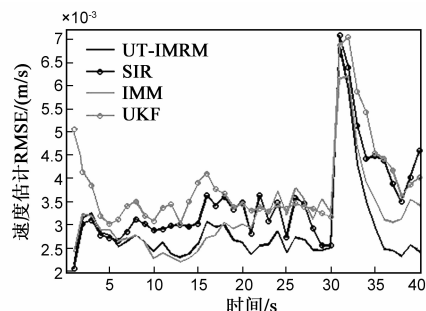


图2 各时刻的速度估计RMSE

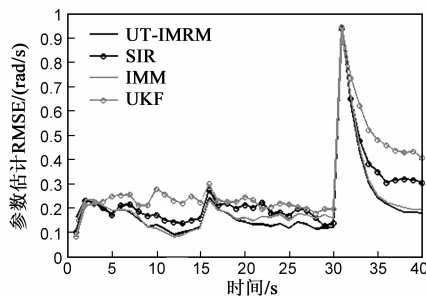


图3 各时刻的参数估计RMSE

由图 1 至图 3 可知,当真实系统参数与 Ω_{IMM} 中的元素的最小距离增加时,例如第 16s 到第 40s, IMM 的性能下降,此时在四种算法中, UT-IMRM 的性能最好.此外,当系统参数发生了较大幅度的跳变时,例如第 30s 至 31s 所发生的跳变, IMM 和 UT-IMRM 均及时响应跳变,但 UKF 和 SIR 的性能出现了不同程度的下降.

6 总结

为解决系统参数行为规律未知时的非线性滤波问题,当系统参数空间为连续空间时,本文在 IMM 的基础上提出了交互式多区域模型 IMRM 的理论框架以及一种基于无迹变换的具体实现方案,即 UT-IMRM.仿真实验结果显示 UT-IMRM 能够有效地应对系统参数保持不变、发生较小幅度跳变以及发生较大幅度跳变时的情况.

参考文献

- [1] van der MERMER R, WAN E A. The square-root unscented Kalman filter for state and parameter estimation[A]. Proc of the 2001 IEEE International Conf on Acoustics, Speech and Signal Processing-Proceedings[C]. Salt Lake City: IEEE Press, 2001. 3461 - 3464.
- [2] GORDON N, SALMOND D, SMITH A F. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEE Proceedings Part F Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107 - 113.
- [3] POYIADJIS G, SINGH S S, DOUCET A. Particle filter as a

- controlled Markov chain for on-line parameter estimation in general state space models[A]. Proc of the 2006 IEEE International Conf on Acoustics, Speech, and Signal Processing[C]. Toulouse: IEEE Press, 2006. III. 329-III. 332.
- [4] Kitagawa G. A self-organizing state-space model[J]. Journal of American Statistical Association, 1998, 93: 1203 - 1215.
- [5] LIU J, WEST M. Combined parameter and state estimation in simulation-based filtering[A]. Doucet A, de Freitas N, Gordon N, et al. Sequential Monte Carlo in Practice[C]. New York: Springer-Verlag, 2001. 197 - 223.
- [6] CHEN T, MORRIS J, MARTIN E. Particle filters for state and parameter estimation in batch processes[J]. Journal of Process Control, 2005, 15(6): 665 - 673.
- [7] CUI N Z, HONG L, LAYNE J R. A comparison of nonlinear filtering approaches with an application to ground target tracking[J]. Signal Processing, 2005, 85(8): 1469 - 1492.
- [8] 刘先省, 胡振涛, 金勇, 杨一平. 基于粒子优化的多模型粒子滤波算法[J]. 电子学报, 2010, 32(2): 301 - 306.
LIU Xian-xing, HU Zhen-tao, JIN Yong, YANG Yi-ping. A novel multiple model particle filter algorithm based on particle optimization[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2): 301 - 306. (in Chinese)
- [9] BLOM H A P, BAR-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8): 780 - 783.
- [10] ZHONG Z W, MENG H D, WANG X Q. Extended target tracking using an IMM based rao-blackwellised unscented Kalman Filter[A]. Proc of the 2008 9th International Conf on Signal Processing [C]. Beijing: IEEE Press, 2008. 2409 - 2412.
- [11] 胡振涛, 潘泉, 杨峰. 基于广义 UT 变换的交互式多模型粒子滤波算法, 电子学报[J]. 2010, 38(6): 1443 - 1448.
HU Zhen-tao, PAN Quan, Yang Feng. Interacting multiple model particle filtering algorithm based generalized unscented transformation[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1443 - 1448. (in Chinese)
- [12] 张俊根, 姬红兵. IMM 迭代扩展卡尔曼粒子滤波跟踪算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(5): 1116 - 1120.
ZHANG Jun-gen, JI Hong-bing. IMM iterated extended Kalman particle filter based target tracking [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(5): 1116 - 1120. (in Chinese)
- [13] van der MERMER R, Doucet A, de Freitas N. The Unscented Particle Filter [R]. Cambridge: University of Cambridge, 2000.
- [14] DUDA R O, HART P E, STORK D G. Pattern Classification Second Edition[M]. Beijing: Machine Press, 2004.
- [15] LI X R. A Survey of maneuvering target tracking. part I dynamic models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333 - 1364.

作者简介



曲彦文 男, 1983 年 4 月出生于江西省南昌市. 现为江西师范大学讲师, 从事信号处理、数据融合方面的研究.

E-mail: earverse@hotmail.com



张德华 男, 1967 年 3 月出生于湖北省孝感市. 现为南京理工大学副教授, 从事科学可视化、信号处理方面的研究.

E-mail: zherhua@163.com